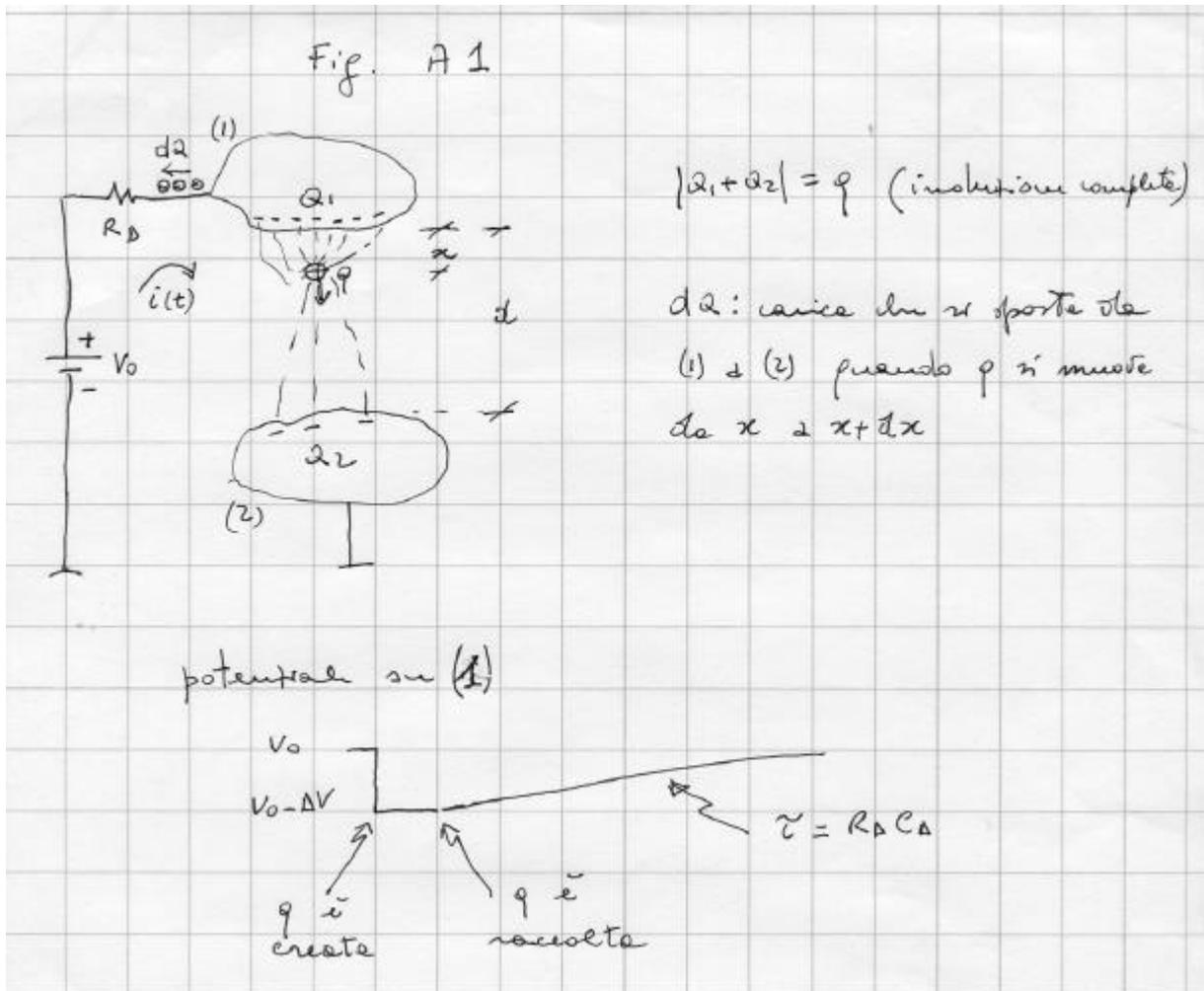


## CAPITOLO 13

### FORMAZIONE DEL SEGNALE NEI RIVELATORI

#### 13.1. Segnale indotto sugli elettrodi da una carica in moto

In fig. A1, una carica positiva  $q$  si muove nel campo fra i due elettrodi (1) e (2).  $Q_1$  e  $Q_2$  sono le cariche indotte. Sia  $C_D$  la capacità tra i due elettrodi. Assumiamo che la costante di tempo  $R_D C_D$  sia



molto maggiore del tempo  $t_d$  di drift della carica  $q$  lungo  $d$ . In queste condizioni, gli elettrodi sono sostanzialmente isolati, e il lavoro per spostare la carica è fatto a spese dell'energia immagazzinata

nel campo,  $Q^2/2C_D$ , essendo  $Q$  la carica su ciascun elettrodo accumulata dal processo di carica del sistema da parte della forza e.m.  $V_0$ . Dopo uno spostamento  $dx$  di  $q$ , tale energia è diventata  $(Q-dQ)^2/2C_D$ . La carica  $dQ$  si trasferisce da (1) a (2) lungo il circuito esterno, come mostrato in figura. Questa redistribuzione della carica indotta produce il segnale di corrente  $i(t)$  (riferita al moto delle cariche positive), osservabile.

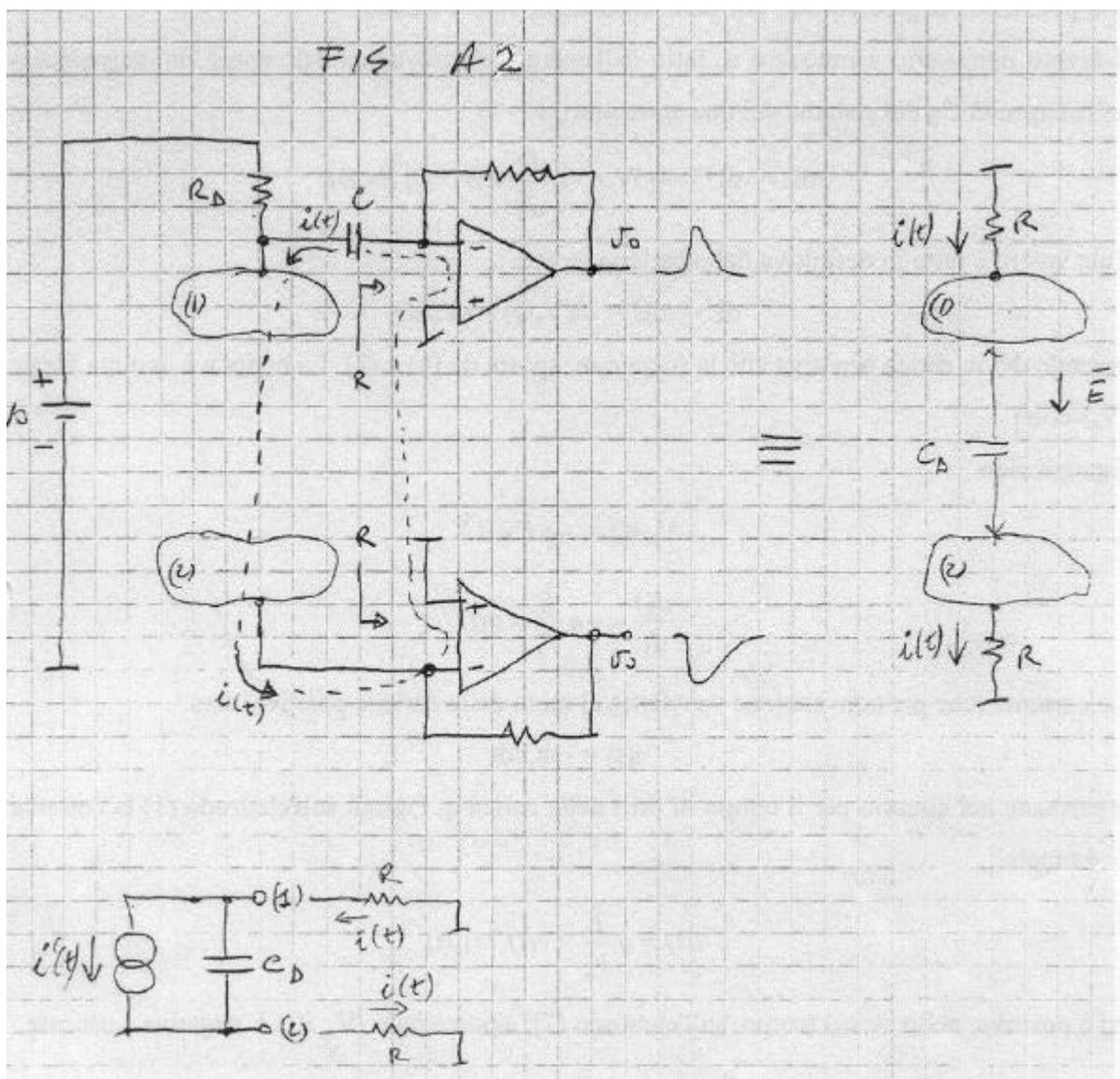
Se per es. si collega uno strumento di misura su (1), si potrà osservare la variazione di potenziale  $\Delta V = iR_D$ . La corrente  $i(t)$  permane nella maglia per il tempo di drift di  $q$ , e cessa quando  $q$  è raccolta. Essa può essere calcolata (in modulo e segno) ponendosi su un elettrodo e valutando  $dQ/dt$  sull'elettrodo stesso.

In definitiva, il sistema può essere considerato una maglia, della quale le linee del campo elettrico fra i due elettrodi costituiscono un ramo. Lo stesso sistema di due elettrodi si comporta come un generatore di corrente per il tempo  $t_d$  di drift. L'energia del sistema sarà ripristinata con costante di tempo  $R_D C_D$ , quindi molto tempo dopo che il processo di raccolta di  $q$  è finito (la tensione di (1) ritorna a  $V_0$ ).

### ***13.2- Connessione pratica degli "amperometri". Modello del rivelatore.***

In un rivelatore di radiazione ionizzante, lo strumento di sensing del segnale di corrente, connesso all'elettrodo, è un amplificatore sensibile alla corrente o alla carica. In fig. A2 è mostrato uno schema pratico, nel caso di un amplificatore current-sensitive.  $R$  è la resistenza dinamica di entrata di tale amplificatore.  $C$  è una capacità di disaccoppiamento.

Come già detto, la tensione  $V_0$  (che può variare da decine di Volt a decine di kV, a seconda del rivelatore) è connessa tramite una resistenza  $R_D$  di grande valore, che può essere considerata infinita rispetto a  $R$ . Il segnale di corrente iniettato dal sistema dei due conduttori segue il percorso di minima impedenza nel circuito; tale percorso è indicato tratteggiato in figura. Si noti come il segnale di tensione di uscita dal preamplificatore ha polarità opposta sui due elettrodi. Nella stessa figura è indicato l'equivalente dinamico del sistema, ai fini del segnale: i potenziali dc sono sottintesi.



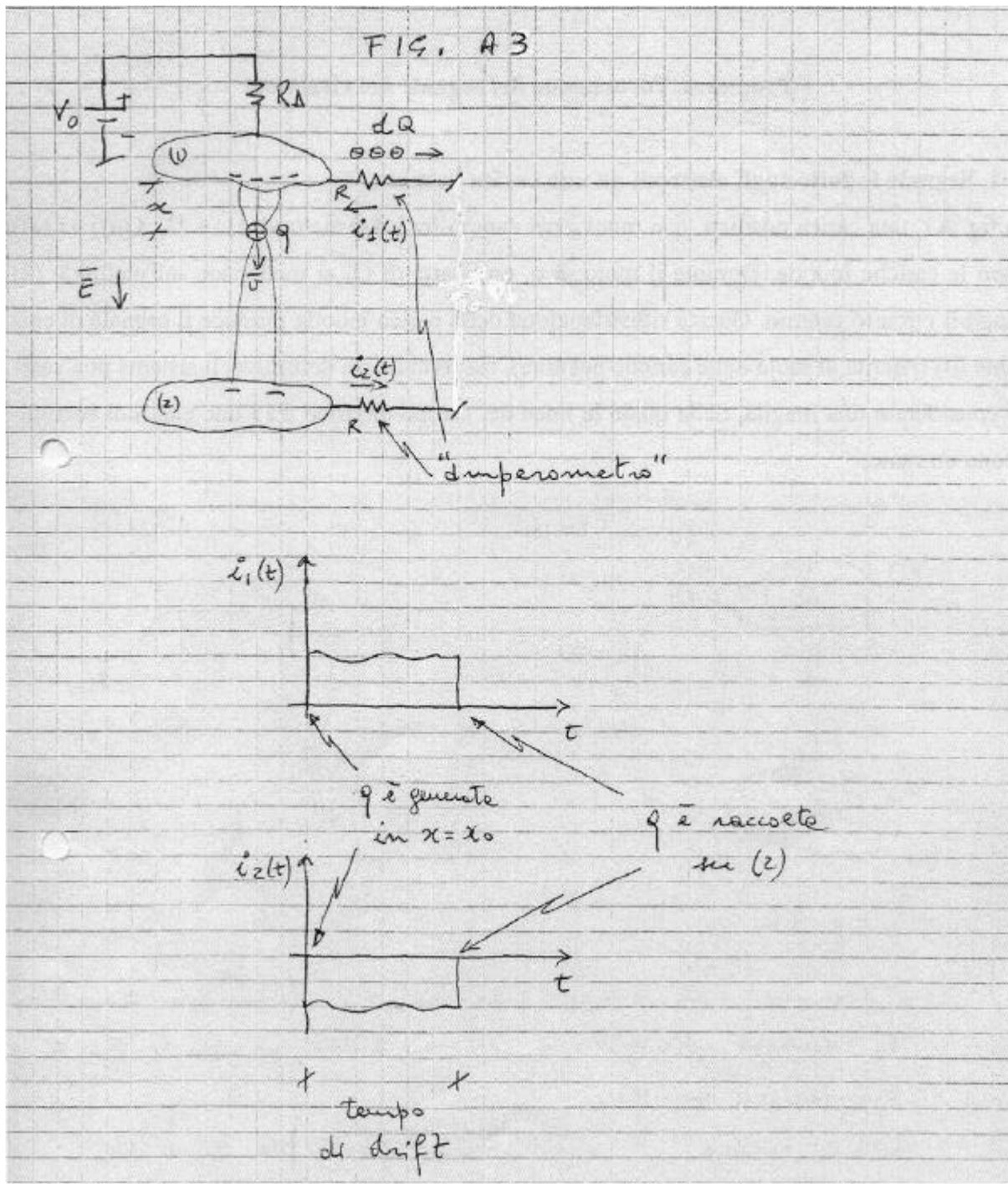
Visto dalla resistenza di sensing, il sistema dei due conduttori può essere modellato come un generatore di corrente, che rappresenta il moto della carica nel mezzo fra i due elettrodi, con in parallelo l'impedenza fra gli elettrodi stessi, che è essenzialmente la capacità  $C_D$  (sia nel caso di un mezzo gassoso che a semiconduttore, la resistenza ohmica tra gli elettrodi è essenzialmente infinita). Si noti che la corrente  $i(t)$  osservata all'esterno coincide con quella interna  $i'(t)$  *solo in condizioni di cortocircuito* (cioè  $R = 0$ ). Al crescere di  $R$ , una frazione crescente  $\delta i'(t)$  non viene vista: essa va a scaricare la capacità  $C_D$ , e si manifesta come una variazione della tensione fra gli elettrodi pari a  $\delta v_D = 1/C_D \int \delta i'(t) dt$ . Al limite, per  $R \rightarrow \infty$  (preamplificatore sensibile alla tensione) sarà disponibile il segnale di tensione

$$v_D = \frac{1}{C_D} \int_0^{\infty} i'(t) dt = \Delta V$$

***13.3. Calcolo della corrente indotta.***

In fig. A3,  $v(t)$  è la velocità di deriva di  $q$  nel campo  $E$ ;  $R$  è la resistenza dello strumento di sensing della corrente indotta (resistenza di ingresso dell'amplificatore). Il  $C$  di disaccoppiamento è omissso per semplicità.

Assumiamo che  $R$  sia trascurabile, cosicché la corrente indotta *non modifica apprezzabilmente* il



potenziale degli elettrodi, che resta costante al valore statico.

Il lavoro necessario a muovere  $q$ , fatto dall'energia elettrostatica del campo, immagazzinata nella capacità  $C_D$  del sistema dei due conduttori, è:

$$dL = -dU = -q dV = -q \frac{dV}{d\bar{l}} \times d\bar{l} = q \bar{E} \times d\bar{l}$$

Tale lavoro può anche essere espresso come variazione dell'energia immagazzinata nell'elettrodo a potenziale  $V_o$  :

$$dL = -dU = -d(V_o Q) = -V_o dQ$$

essendo  $V_o$  il valore (assunto costante) della differenza di potenziale fra gli elettrodi, e  $dQ$  la carica negativa che viene spostata da (1) a (2). Eguagliando

$$V_o dQ = -q \bar{E} \times d\bar{l}$$

$$\frac{dQ}{dt} = -q \frac{\bar{E}}{V_o} \times \bar{v}(t)$$

La corrente (che per convenzione va riferita al moto delle cariche positive) sarà

$$i(t) = -dQ/dt$$

e permane nel circuito per il tempo di drift della carica  $q$ . Quindi sull'elettrodo (1) la corrente è entrante

$$i(t) = q \frac{\bar{E}}{V_o} \times \bar{v}(t) = i_1(t)$$

ed è positiva; nello stesso tempo, sull'elettrodo (2), a potenziale  $-V_o$ ,  $i(t)$  è negativa e uscente,

$$i(t) = -q \frac{\bar{E}}{V_o} \times \bar{v}(t) = i_2(t)$$

Pertanto, il segno della corrente è determinato dalla nota convenzione di considerare la corrente positiva se entrante al terminale di osservazione di una rete.

#### **13.4. Calcolo della carica indotta.**

Detta  $P$  la posizione iniziale della carica  $q$ , la variazione della carica indotta sull'elettrodo di raccolta

(2) è

$$\Delta Q = \int_P^{\text{elettrodo(2)}} i(t) dt = \frac{q}{V_0} \int_P^{\text{elettrodo(2)}} \vec{E} \times \vec{v} dt = \frac{q}{V_0} \int_P^{\text{elettrodo(2)}} \vec{E} \times d\vec{l} = q \frac{\Delta V}{V_0}$$

e una eguale variazione si ha su (1). La variazione di carica indotta da q è proporzionale alla differenza di potenziale  $\Delta V$  percorsa dalla stessa q, o meglio la frazione  $\Delta V/V_0$  di  $V_0$ .

Nei rivelatori, la radiazione ionizzante genera coppie elettrone-ione (nei gas e nei liquidi) o elettrone-lacuna (nei semiconduttori). Quindi, a  $t=0$ , in P ci sarà un cluster contenente una carica q e una -q.

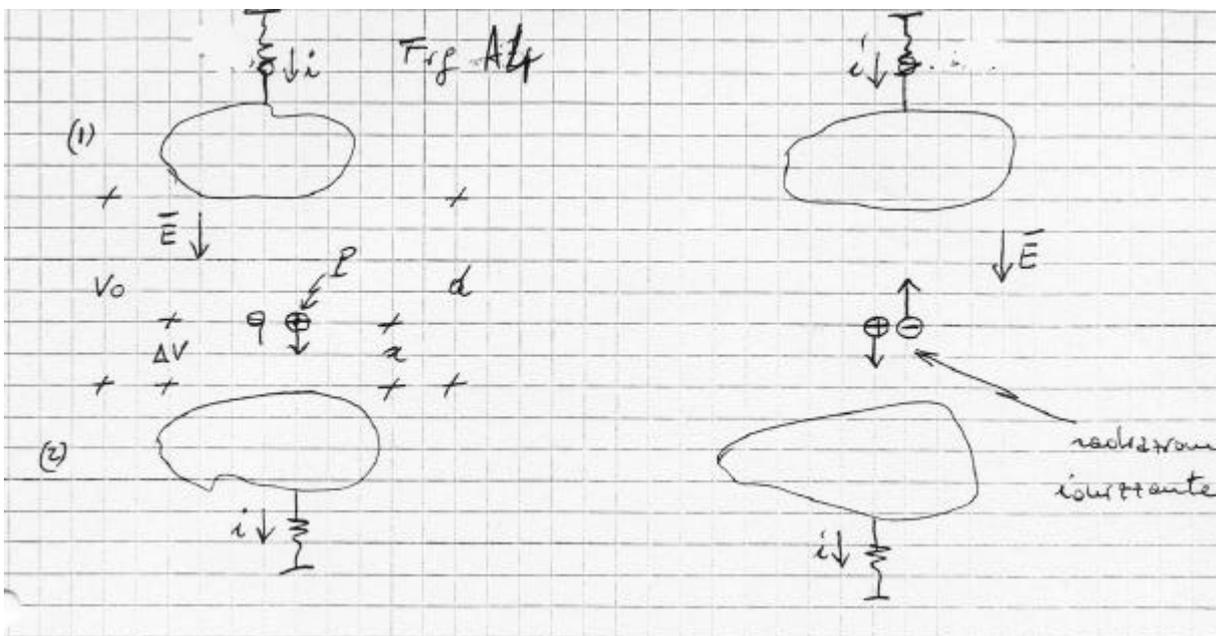
La corrente totale sarà

$$i(t) = i_+(t) + i_-(t) = \frac{q}{V_0} (\vec{E} \times \vec{v}_+ + \vec{E} \times \vec{v}_-)$$

La carica indotta totale su ciascun elettrodo è variata di

$$\Delta Q = \Delta Q_+ + \Delta Q_- = q \frac{\Delta V}{V_0} + q \frac{V_0 - \Delta V}{V_0} = q$$

Nei gas,  $v_+ \sim 0.001 v$ ;  $v_-$  è dell'ordine di 50-150 micron/nsec, a seconda della composizione della



miscela gassosa. Nei semiconduttori,  $v_+ \sim 0.3v$ ; nel Si,  $v_-$  è dell'ordine di 25 micron/nsec

La corrente indotta in un rivelatore di radiazione ionizzante può essere scritta come  $i(t) = Qs(t)$ , essendo  $s(t)$  il fattore di forma. Se si vuole mantenere l'informazione sulla forma del segnale, si usa un

amplificatore sensibile alla corrente, che dà in uscita  $v_o(t) = ki(t)$ . Generalmente, è sufficiente l'informazione contenuta nella carica  $Q$ , e si usa un amplificatore sensibile alla carica che dà in uscita

$$v_o(t) = k \int_0^t i(t) dt = kQ(t_m). \text{ L'uso di un amplificatore sensibile alla tensione è raro.}$$

Talvolta, non è possibile utilizzare tutta la carica  $Q$  per formare il segnale perché occorrerebbe un tempo troppo lungo per integrarla. La frazione di  $Q$  che viene usata varia da caso a caso, e dipende dalla velocità di drift  $v$ , da  $\Delta V$  e dal tempo  $t_m$  a disposizione per la misura. Vedi più avanti la descrizione dei rivelatori.

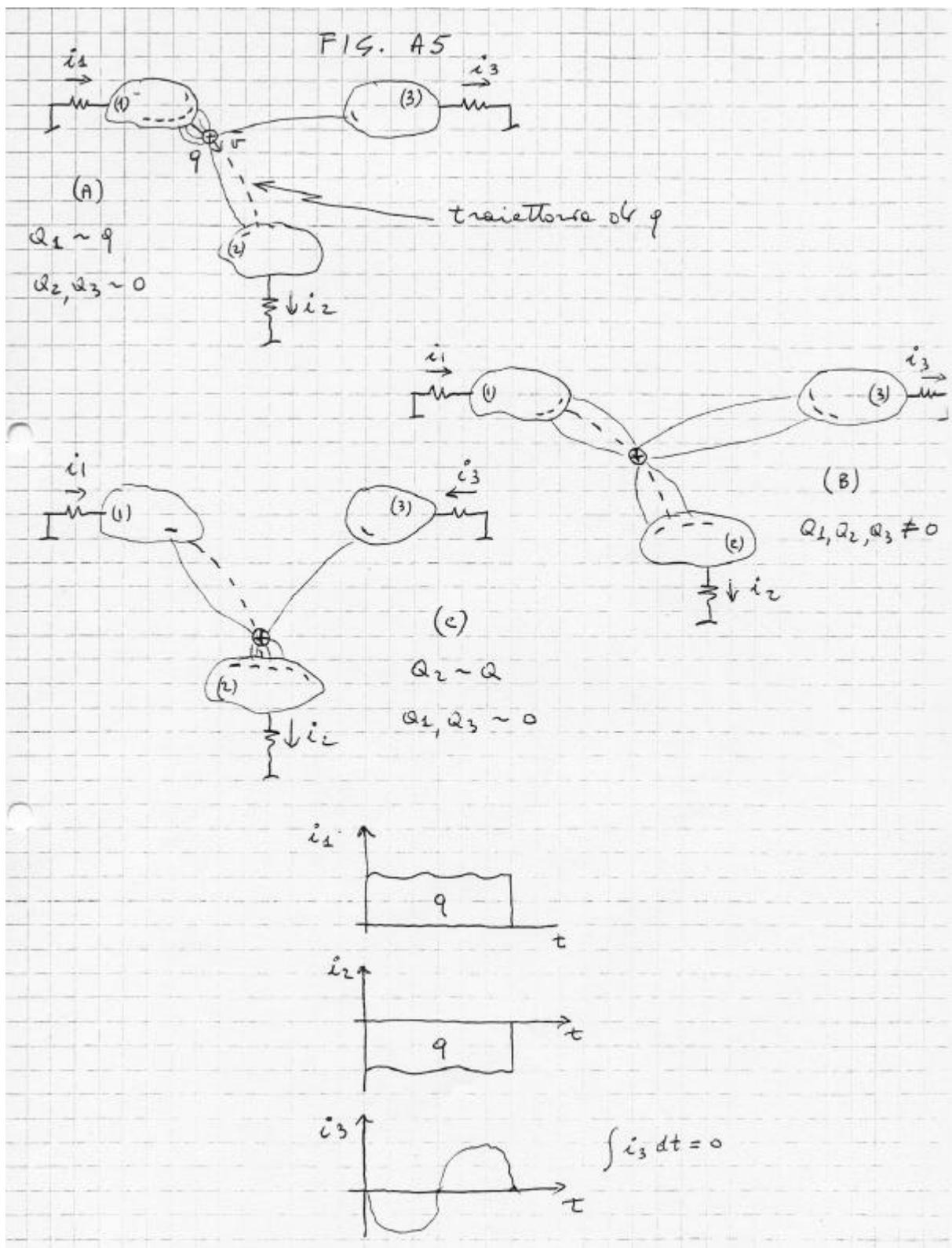
### ***13.5. Caso di un sistema multielettrodi. Approccio qualitativo.***

In figura A5, la carica positiva  $q$  si muove da (1) a (2) lungo la traiettoria tratteggiata. Sono indicate qualitativamente le cariche indotte sui tre elettrodi in tre posizioni di  $q$ .

Si può concludere quanto segue:

- sull'elettrodo (1) di partenza la carica (negativa) indotta decresce, quindi la corrente  $i_1(t) = -dQ_1/dt$  è sempre entrante, (positiva).
- sull'elettrodo (2) di arrivo la carica indotta cresce, quindi  $i_2(t) = -dQ_2/dt$  è sempre uscente (negativa).
- sull'elettrodo (3) la carica indotta dapprima cresce fino ad un max, quindi decresce fino a 0. Quindi  $i_3(t) = -dQ_3/dt$  è bipolare.

La variazione totale di carica indotta su (1) e (2) è  $q$ ; quella su (3) è zero.



**13.6. Detector multielettrodi. Calcolo di  $i(t)$ . Teorema di Ramo.**

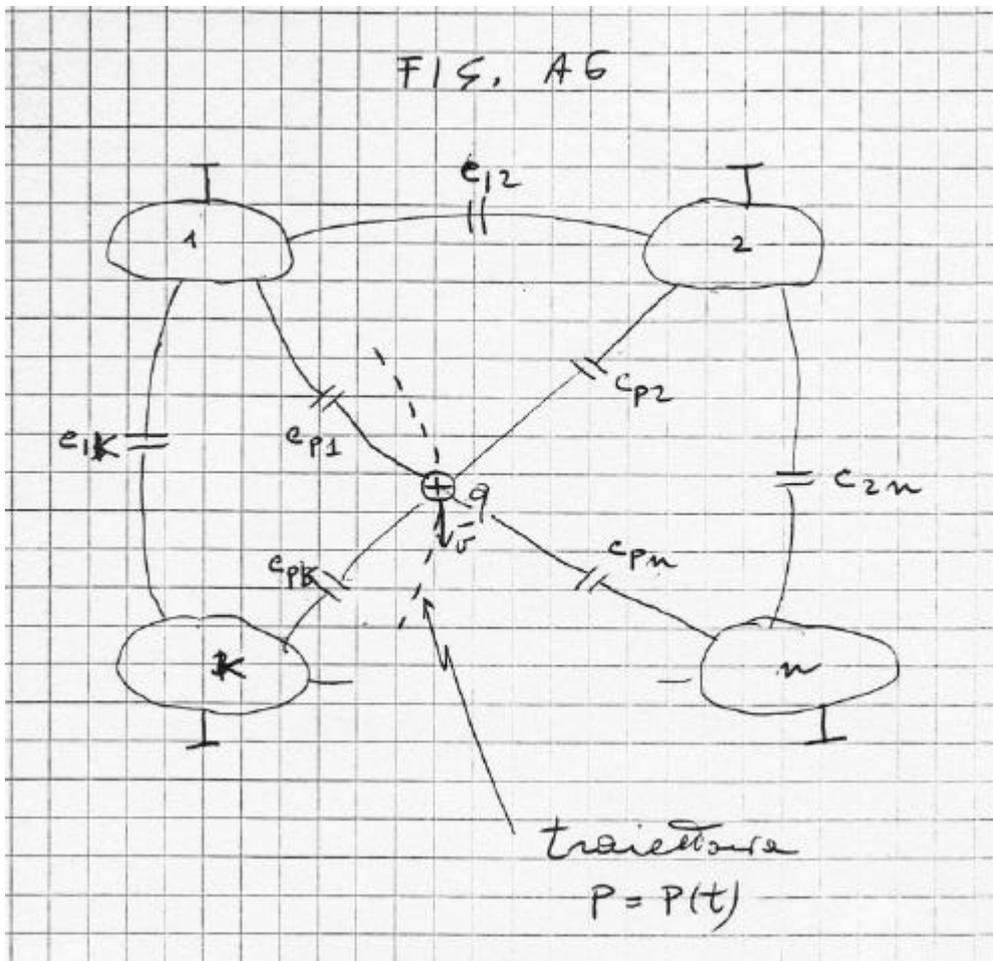
La fig. A6 mostra un sistema di  $n$  conduttori, connessi a potenziali d.c.  $V_1, V_2, \dots$  (non mostrati per semplicità) e connessi dinamicamente a terra tramite una impedenza  $R$  trascurabile: questo implica

che il potenziale di ciascun elettrodo non può cambiare.  $C_{ij}$  sono le capacità interelettrode, o coefficienti di induzione.

Una carica positiva  $q$  si muove tra gli elettrodi lungo la traiettoria tratteggiata, con equazione del moto  $P=P(t)$ .

Immaginiamo la carica  $q$  posta su un piccolo "elettrodo" nel punto  $P$ , a potenziale  $V(P)$  (potenziale locale del campo  $E$ ).

Detti  $C_{pj} = C_{jp}$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) i coefficienti di induzione fra gli  $n$  elettrodi del sistema e l'elettrodo  $P$ , si potrà scrivere  $\forall k$ ,



$$V(P) = \frac{q}{C_{tot}} = \frac{Q_k}{C_{pk}}$$

con  $C_{tot} = \sum_i C_{pi}$  (le  $C_{pi}$  sono tutte in parallelo, grazie all'ipotesi di  $R$  trascurabile) e  $q = \sum_k Q_k$ .

Dalla precedente

$$Q_k = C_{Pk} V(P)$$

ove  $Q_k$  è la carica (negativa) indotta sull'elettrodo  $k$  dal potenziale  $V(P)$  dell'elettrodo  $P$ . Per il teorema di reciprocità della carica, possiamo pensare  $q$  come 'indotta' sull'elettrodo  $P$  dopo averlo messo a terra, e connettendo l'elettrodo  $k$  ad un opportuno potenziale  $V_k$  tale che

$$q = C_{kP} V_k = C_{Pk} V_k$$

Sostituendo nella precedente

$$Q_k = q \frac{V(P)}{V_k}$$

da cui, essendo  $V_k = \text{cost}$

$$\frac{dQ_k}{dt} = \frac{q}{V_k} \frac{dV(P)}{dt} = \frac{q}{V_k} \frac{dV(P)}{d\vec{l}} \times \frac{d\vec{l}}{dt} = -\frac{q}{V_k} \vec{E}(P) \times \vec{v}(P)$$

cioè infine, essendo  $i(t) = -dQ/dt$ ,

$$i_k(t) = \frac{q}{V_k} \vec{E}(P) \times \vec{v}(P)$$

La dipendenza di  $i(t)$  dal tempo è implicita tramite l'equazione del moto  $P=P(t)$ .

Questo risultato, che è una estensione di quello trovato nel caso di due elettrodi, è noto come teorema di Ramo, e permette di calcolare la corrente indotta su un generico elettrodo di un sistema multielettrodi *purché il potenziale degli elettrodi non cambi apprezzabilmente per effetto dell'induzione* (in altri termini, purché essi siano connessi a massa con impedenza trascurabile).

La difficoltà nel calcolare la corrente usando questo teorema consiste, come è evidente, nel calcolo di  $E(P)$  (occorre risolvere l'equazione di Poisson  $\nabla^2 V = \rho/\epsilon$ , essendo  $\rho$  la densità di carica spaziale nel mezzo interelettrodo; le condizioni al contorno sono i potenziali dc dei vari elettrodi) e nel calcolo di  $v(P)$ . Solo in geometrie semplici il problema è accessibile.

Nel paragrafo seguente si introduce il concetto di "weithing field" [Radeka] che, pur attenuando solo in parte la difficoltà analitica, permette di ottenere almeno qualitativamente il risultato.

**13.7. Calcolo della corrente con il weighting field.**

Riscrivo la precedente in altro modo

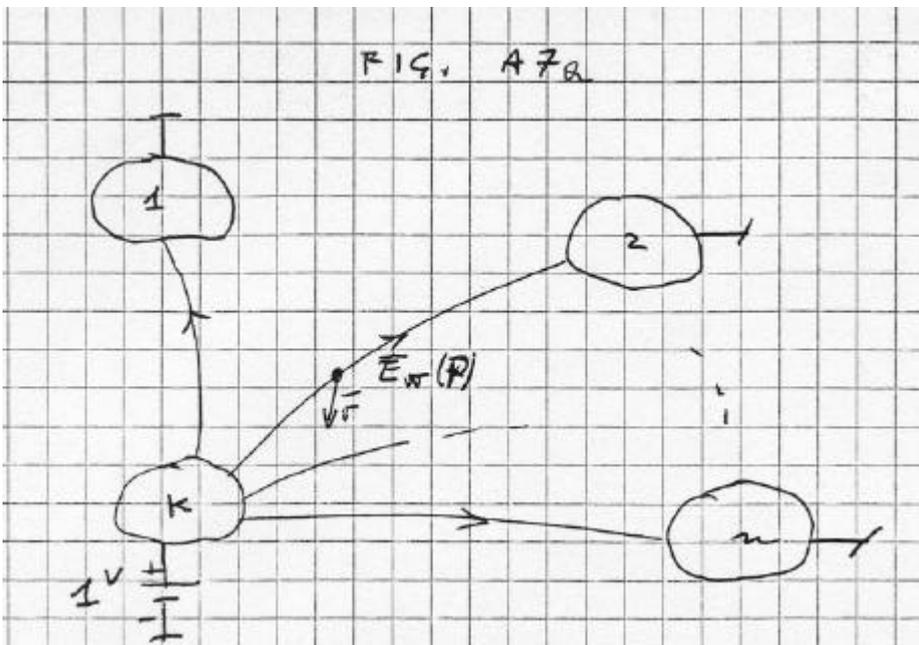
$$\frac{dQ_k}{dt} = -q \frac{\bar{E}(P)}{V_k} \times \bar{v}(P) = q \frac{d}{dl} \left( \frac{V(P)}{V_k} \right) \times \bar{v}(P) = q \bar{\nabla} U(P) \times \bar{v}(P)$$

essendo  $U(P)$  un potenziale adimensionale, normalizzato al potenziale dell'elettrodo considerato.

Quindi, il teorema di Ramo si riscrive

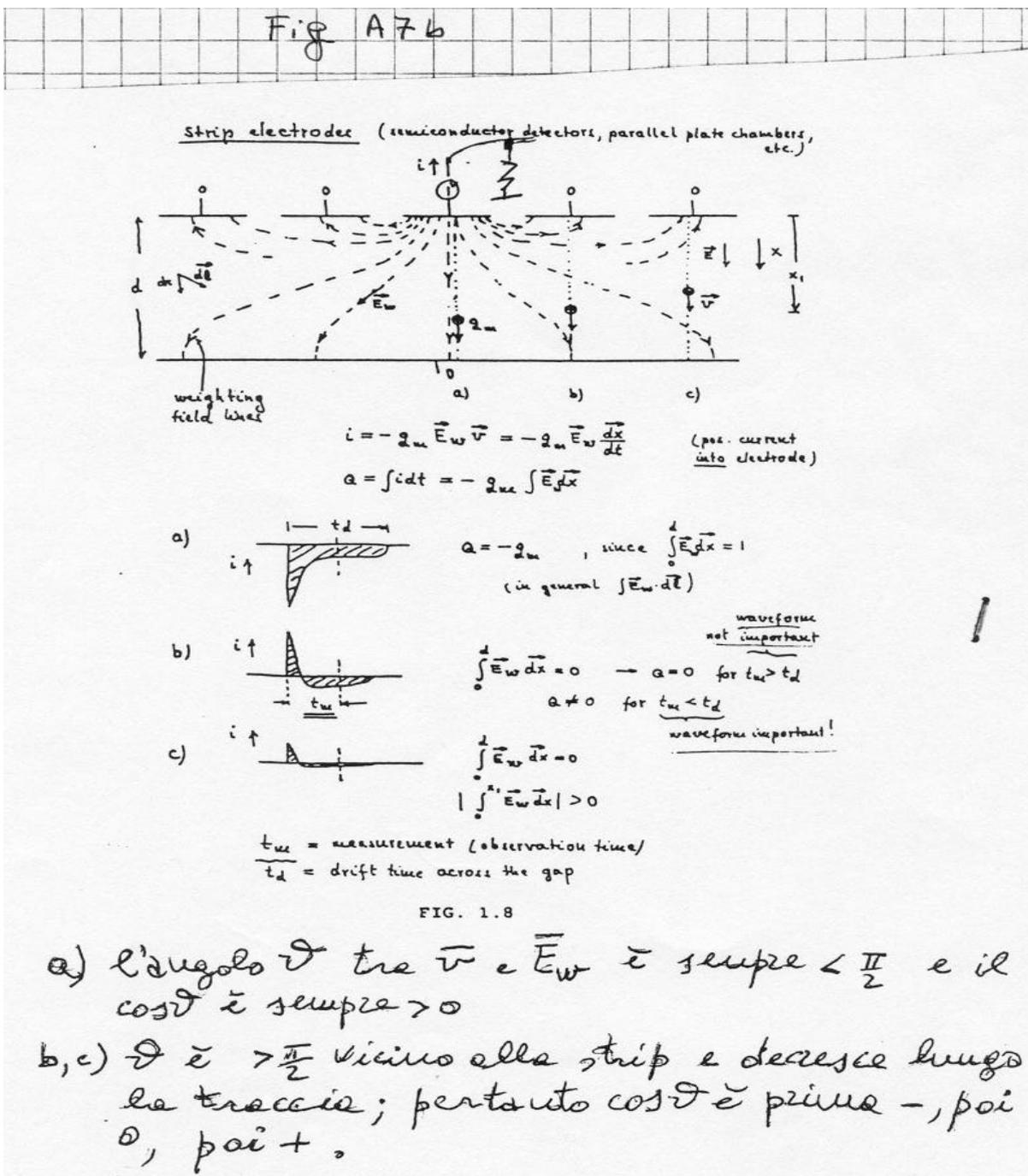
$$i_k(t) = - \frac{dQ_k}{dt} = q \bar{E}_w(P) \times \bar{v}(P)$$

Nella presente espressione di  $i(t)$ ,  $v(P)$  è la velocità di deriva di  $q$  nel campo elettrico  $E(P)$ . Il 'campo'  $E_w$ , che non è ovviamente un 'campo elettrico', assume il significato di una *funzione peso* associata all'elettrodo di sensing su cui si vuole calcolare la corrente indotta: il moto di deriva della carica  $q$  con velocità  $v$  viene pesato da  $E_w$  per produrre la corrente  $i_k(t)$ .  $E_w$ , che si misura in  $cm^{-1}$ , è chiamato weighting field.



Il weighting field, non essendo un campo elettrico, non dipende ovviamente dalla distribuzione delle cariche, in particolare non dipende dalla eventuale carica spaziale presente nello spazio interelettrodo, come nel caso di

un rivelatore al Si. Esso dipende solo dalla geometria degli elettrodi e dalle impedenze con cui questi sono connessi a massa. Noi stiamo considerando il caso semplice in cui queste impedenze siano tra-



scurabili. Per una generalizzazione del teorema al caso di elettrodi connessi a impedenze arbitrarie si veda [Gatti,Padovini,Radeka]. In conclusione, le linee del campo  $E_w$  possono essere tracciate più facilmente di quelle del campo elettrico  $E$ , e consentono di studiare il problema per via grafica.

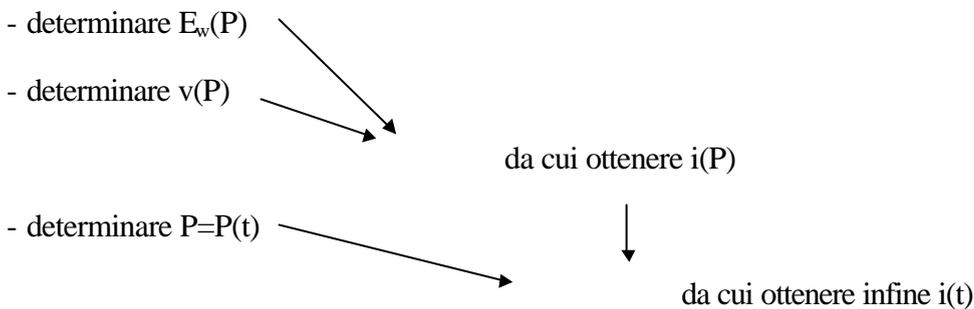
Sulla base della definizione, il weighting field per calcolare  $i_k(t)$  si può ottenere ponendo l'elettrodo  $k$  al potenziale  $V_k=1V$  e tutti gli altri elettrodi a massa, e determinando in queste condizioni il campo

elettrico  $E(P)$  nella regione interelettrodica, assunta vuota; vedi figura. È pertanto evidente che, in generale, l'andamento di  $E_w$  è  $\neq$  da quello di  $E$ , essendo quest'ultimo determinato dal potenziale dc di tutti gli elettrodi, non solo del  $k$ -mo, nonché dalla carica spaziale. Solo nel caso di un sistema a due elettrodi le linee di campo coincidono.

Per calcolare  $E_w$  analiticamente, occorre risolvere l'equazione di Laplace  $\nabla^2 V=0$  con le condizioni al contorno  $V_k=1V$ ,  $V_{j \neq k}=0V$ . Nei casi di interesse, si può disegnare qualitativamente  $E_w$  e valutare, sempre qualitativamente, l'andamento del prodotto scalare, avendo così subito un'idea di come va  $i(t)$ .

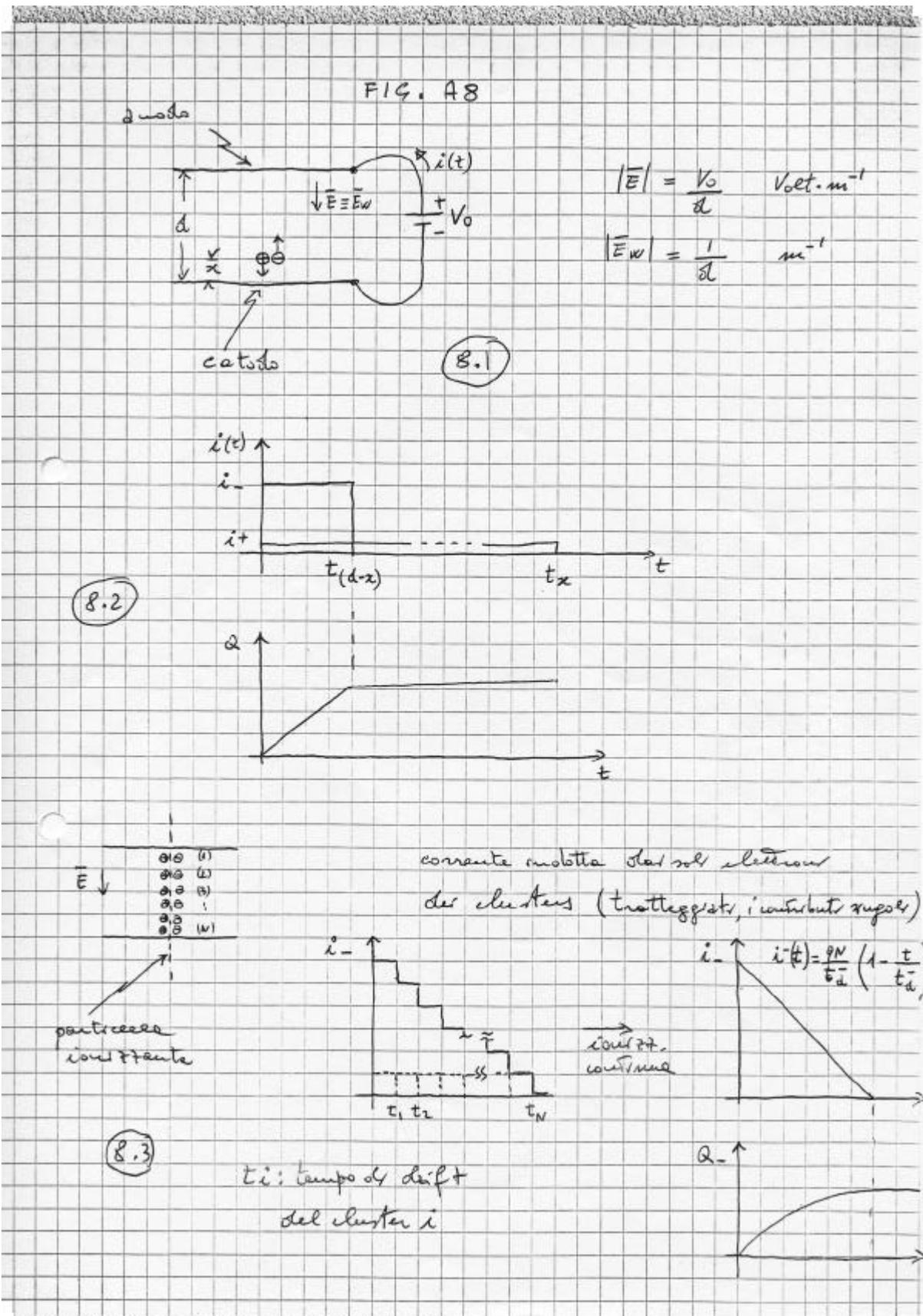
In figura è mostrato il caso di un rivelatore a microstrip al Silicio: è mostrato l'andamento di  $E_w$  per un elettrodo e le forme d'onda di  $i(t)$  per tre diversi percorsi della carica positiva  $q$ . [Si noti che in figura il verso della corrente è assunto uscente dall'elettrodo (mentre, come mostrato in precedenza, la corrente è in effetti entrante): questo si traduce nella presenza di un segno - nella espressione di  $i(t)$ ].

In conclusione, per determinare la corrente  $i(t)$  col weighting field occorre



### 13.8. Rivelatori a ionizzazione ad elettrodi piani.

In figura A8.1 sono mostrati due elettrodi piani e paralleli, ciascuno avente area  $A$ , posti a distanza  $d$  e separati da un mezzo gassoso, liquido o solido. La capacità del sistema è  $C_D = \epsilon A/d$ . Una radiazione ionizzante che attraversa il mezzo provoca dei clusters di ionizzazione primaria, uno dei quali è mostrato. La tensione applicata agli elettrodi è assunta tale da non provocare ionizzazione secondaria per urto (moltiplicazione a valanga), durante il processo di raccolta della ionizzazione primaria.



Il segnale di corrente indotto da un singolo cluster può essere calcolato col teorema di Ramo:  $i(t) =$

$qE_w \times v$ . Il campo elettrico, il cui modulo varia con la natura del mezzo, ha direzione ortogonale agli elettrodi, e così è per la velocità di deriva  $v$ . Il weighting field (potenziale di 1V su un elettrodo, l'altro a massa; indipendente dal mezzo) ha modulo  $E_w = 1/d$  ed è anch'esso ortogonale agli elettrodi, cioè parallelo a  $v$ . Pertanto, la corrente indotta dalla carica positiva è ( $E_w$  e  $v$  hanno lo stesso verso)

$$i^+(t) = qv^+/d = q/t_d^+ \quad 0 \leq t \leq x/v^+$$

essendo  $t_d^+$  il tempo di drift della carica positiva lungo l'intera gap. La corrente indotta dalla carica negativa è ( $E_w$  e  $v$  hanno verso opposto)

$$i^-(t) = qv^-/d = q/t_d^- \quad 0 \leq t \leq (d-x)/v^-$$

### 13.8a Caso del dielettrico gassoso o liquido.

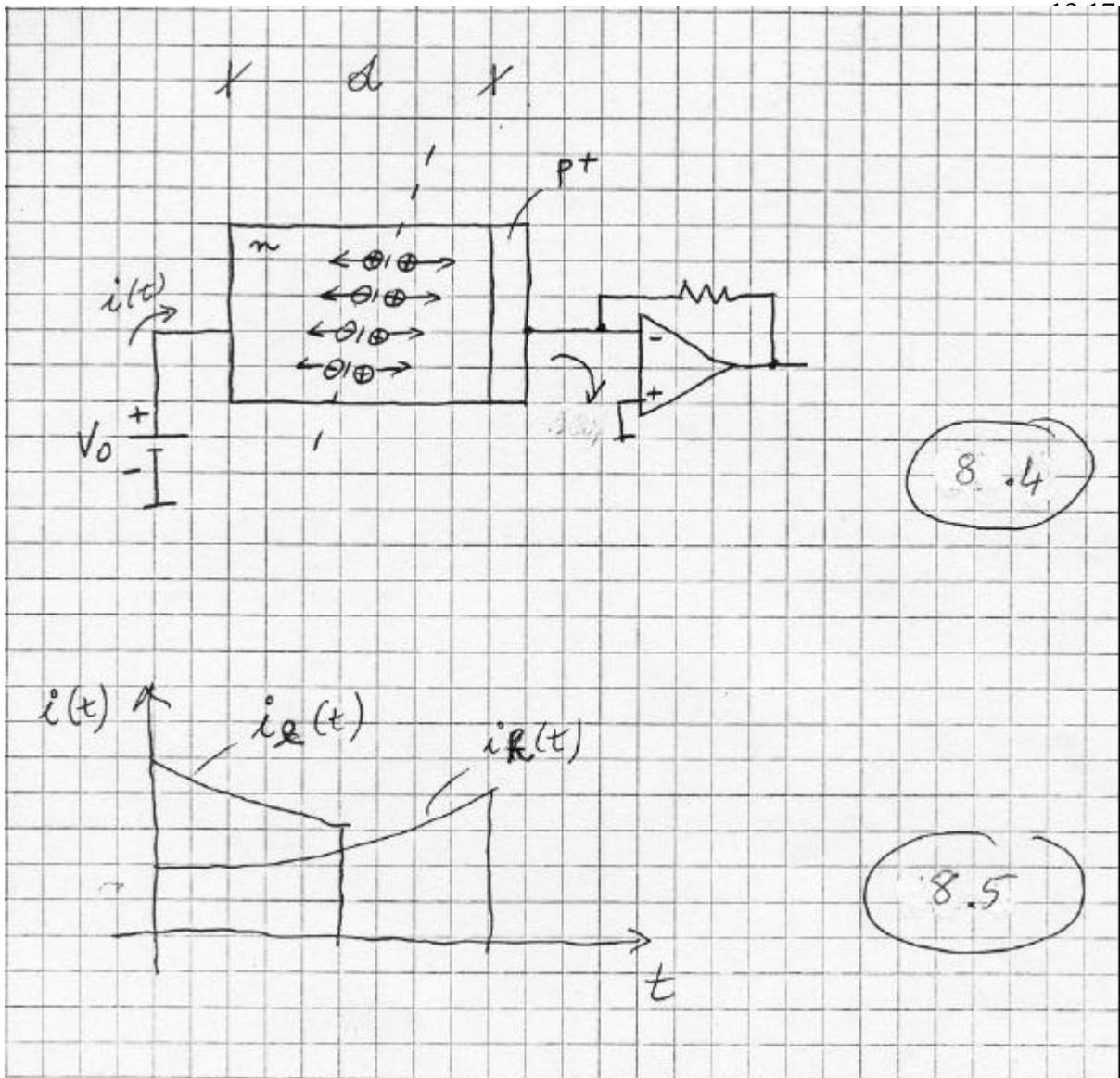
In questo caso, non c'è carica spaziale ed il campo elettrico ha modulo  $E = V_0/d = \text{cost.}$  ( $V_0$  è dell'ordine del kV). Anche la velocità di deriva  $v = \mu E$  è costante. Le forme d'onda delle correnti sono mostrate in fig. 8.2 insieme con la carica indotta.

Data la grande differenza nella velocità di drift delle cariche positive e negative della ionizzazione ( $t_d^- \sim$  qualche decina di nsec;  $t_d^+ \sim$  decine di  $\mu\text{sec}$ ), ad alta rate si usa solo la  $Q^-$  per formare il segnale.

Viene anche mostrato in fig. 8.3 il segnale di corrente e di carica indotto da tutti i clusters lungo la traccia (applicando il principio di sovrapposizione) e, al limite, quello indotto da una ionizzazione continua.

### 13.8b. Caso del rivelatore al Si a giunzione pn.

Fra le armature di questo rivelatore c'è una giunzione pn a drogaggio fortemente asimmetrico, per es.  $p^+-n$ , Fig. 8.4. La giunzione viene polarizzata inversamente con una tensione tale da svuotare completamente la regione n. L'asimmetria nel drogaggio è tale da poter trascurare l'estensione della depletion layer nella regione  $p^+$ . La depletion layer costituisce il volume attivo, e nei rivelatori di uso corrente ha uno spessore dell'ordine di 300 micron, e la tensione di svuotamento è dell'ordine di 50-100V.



Una radiazione ionizzante che attraversa il volume attivo genera coppie elettrone-lacuna (in media, 8000 coppie/100 micron). Il campo elettrico nella depletion layer (drogata n con concentrazione  $N_D$  del drogante, che è anche la concentrazione della carica spaziale) ha un andamento lineare [Milman]:

$$E(x) = qN_D x / \epsilon + E_{\min}$$

essendo  $E_{\min}$  il campo di overdepletion, cioè il campo in eccesso rispetto a quello minimo necessario per lo svuotamento. In seguito, per semplicità, si assume  $E_{\min} = 0$ , ma questa non è una condizione realistica di operazione [Gatti, Manfredi].

Il campo elettrico raccoglie le coppie, con conseguente induzione di una corrente  $i(t)$  nel circuito esterno. Come già detto, la velocità di deriva dei due tipi di carica differisce di poco:  $v^+ \sim 0.3v^-$ , es-

sendo  $\bar{v} \sim 25\mu/\text{nsec}$ . Con rivelatori da 300 micron, i tempi di drift  $t_e$  e  $t_h$  sono dell'ordine di 10 e 30 nsec rispettivamente: poiché i tempi di misura più veloci oggi usati sono generalmente  $t_m \geq 25$  nsec, è possibile integrare pressoché completamente la carica indotta da entrambi i tipi di portatori, potendo così disporre di un segnale di carica di  $\sim 24000$  elettroni (vedi A4).

Un vantaggio di questo tipo di rivelatore è la piccola energia necessaria per creare una coppia e-h ( $\sim 3.6$  eV, a fronte di  $\sim 30$  eV necessari per creare una coppia elettrone-ione in un gas): questo permette di misurare l'energia  $E$  rilasciata dalla particella nel rivelatore (misura di  $dE/dx$ ) con alta risoluzione.

Un altro vantaggio è la possibilità di segmentare uno dei due elettrodi sotto forma di microstrip con passo di qualche decina di micron (si veda A7 per uno schizzo della geometria): è pertanto possibile identificare la posizione spaziale della particella (tracking) con elevata precisione.

Per calcolare il segnale di corrente indotto, riferiamoci ad una geometria planare con due soli elettrodi a distanza  $d$  [Gatti, Manfredi].

Occorre ricalcolare  $v(t)$ , che differisce dal caso precedente. Consideriamo il segnale indotto dai soli elettroni; con un ovvio cambiamento di simboli si ottiene quello indotto dalle lacune. Riferiamoci ad un singolo cluster puntiforme,  $q$ .

Equazione differenziale del moto degli elettroni ( $\mu$  è la mobilità, indipendente dal campo elettrico per i campi usati in questi rivelatori)

$$v_e(x) = dx/dt = -\mu_e E(x) = -\mu_e q N_D x / \epsilon = -x/\tau \quad [v_h = x/t']$$

Integrando si ha l'equazione oraria ( $x=x_0$  per  $t=0$ )

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad [x(t) = x_0 e^{-t/t'}]$$

Sostituendo nella precedente si ha  $v_e(t)$

$$v_e(t) = -\frac{x_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad [v_h(t) = \frac{x_0}{t'} e^{-\frac{t}{t'}}]$$

Infine, la corrente indotta sull'elettrodo connesso a  $V_0$  è  $[E_w = 1/d]$

$$i_e(t) = \frac{qx_o}{td} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \leq t_e \quad [i_h(t) = \frac{qx_o}{t'd} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \leq t_h]$$

e, integrando, si ha la carica indotta

$$Q_e(t) = \frac{qx_o}{d} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad [Q_h(t) = \frac{qx_o}{d} (e^{-\frac{t}{\tau}} - 1)]$$

Fra parentesi, sono indicate le espressioni che si hanno per le lacune.

Le forme d'onda sono mostrate in figura 8.5.

### 13.9. Rivelatore proporzionale a straw tube.

Si tratta di un rivelatore cilindrico, mostrato in Fig. 9.1: l'elettrodo esterno ha un raggio  $r_c$  variabile da 2 a 10 mm; l'elettrodo interno è un filo metallico con raggio  $r_a$  dell'ordine di 10-20 micron. La lunghezza può variare dal decimetro al metro. Il mezzo interelettrodico è una miscela gassosa dipendente dalle applicazioni: per es., Ar + i-C<sub>4</sub>H<sub>10</sub> con una tensione  $V_o$  dell'ordine di 1500V.

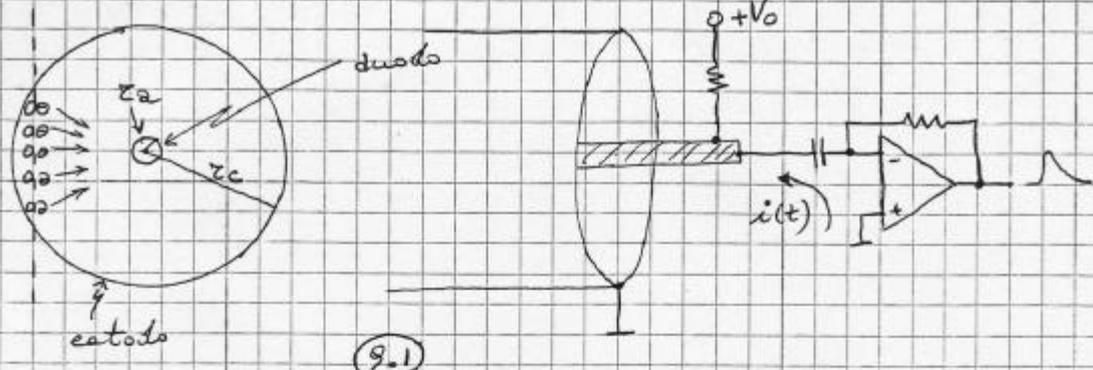
La capacità per unità di lunghezza del rivelatore è

$$C_D = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{r_c}{r_a}} \quad \text{Farad/m}$$

Si noti che il campo è radiale e varia come  $1/r$ : pertanto, gli elettroni di ionizzazione primaria driftano fin nei pressi del filo anodico senza provocare ionizzazione secondaria per urto. A distanza  $r$  dell'ordine di qualche  $r_a$  il campo diventa sufficientemente intenso da far sì che un elettrone cominci a provocare ionizzazione secondaria, con moltiplicazione a valanga. La tensione  $V_o$  viene regolata cosicché la carica totale  $q$  della valanga sia proporzionale a  $V_o$  stessa. Tipici valori dell'amplificazione della carica provocata dal processo (gas gain) sono dell'ordine di 5-10mila.

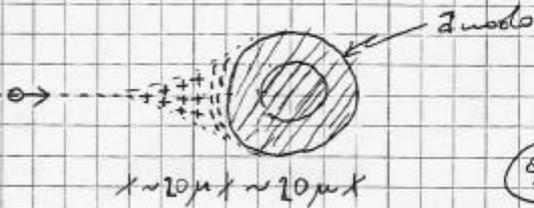
In figura 9.2 è mostrata schematicamente la valanga. Quando gli elettroni sono diventati in numero sufficiente a indurre un segnale di corrente apprezzabile, sono ormai vicinissimi all'anodo. Essi devono percorrere una differenza di potenziale  $\Delta V$  residua trascurabile, tipicamente  $\Delta V \sim 1\% V_o$ , e la carica che essi inducono è  $Q \sim 1\% q$ , per quanto visto in A4. Poiché un cluster primario lungo la traccia della particella è formato in media da 3 elettroni, si verifica subito che la carica indotta dagli elettroni

Fig. A 9



9.1

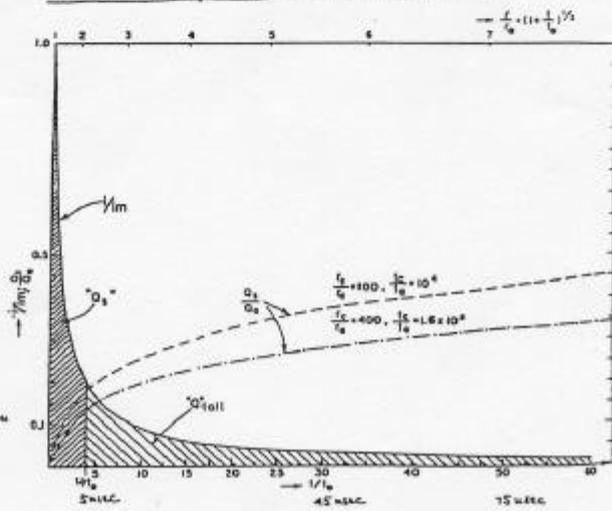
gli elettroni della ionizzazione driftano verso l'anodo. gli ioni sono raccolti sul catodo -



dettaglio della valanga

9.2

Current and charge vs. time and its proportional derivative



9.3

è insufficiente per il signal processing.

Gli ioni positivi della valanga devono invece percorrere praticamente l'intera  $V_0$  per essere raccolti sul catodo, e indurranno una carica  $Q \sim q$ , ma in un tempo di vari  $\mu\text{sec}$ , data la loro bassa velocità di deriva. In conclusione, in uno straw tube il segnale utile è indotto dagli ioni; in genere, solo una frazione della carica indotta potrà essere utilizzata.

Calcolo della corrente e della carica indotta dagli ioni.

Come mostrato in figura, il campo elettrico è (essendo E parallelo alla velocità di deriva, si omette il simbolismo vettoriale)

$$E(r) = \frac{V_o}{\ln \frac{r_c}{r_a}} \frac{1}{r} = E_a \frac{r_a}{r} \text{ Volt} \cdot \text{m}^{-1}$$

essendo  $E_a$  il campo elettrico sulla periferia dell'anodo.

Il weighting field è ( $V_o=1\text{V}$  sull'anodo, il catodo a massa)

$$E_w(r) = \frac{1}{\ln \frac{r_c}{r_a}} \frac{1}{r} \quad \text{m}^{-1}$$

ed ha lo stesso andamento di E. La corrente indotta sull'anodo è

$$i(r) = qE_w(r) \cdot v(r)$$

La velocità di drift è

$$v(r) = \mu E = \mu E_a r_a / r$$

Sostituendo

$$i(r) = \frac{q\mu E_a r_a}{r^2 \ln \frac{r_c}{r_a}}$$

Poiché  $v(r) = dr/dt$ , si ha

$$r dr = \mu E_a r_a dt$$

e integrando si ha l'equazione del moto

$$r^2(t) = 2\mu E_a r_a t + r_a^2$$

Sostituendo in  $i(r)$

$$i(t) = \frac{q\mu E_a}{r_a \ln \frac{r_c}{r_a}} \frac{1}{1 + \frac{2\mu E_a t}{r_a}} = \frac{i_m}{1 + \frac{t}{t_o}}$$

Integrando, si ha la carica indotta

$$Q(t) = q \frac{\ln(1 + \frac{t}{t_0})}{2 \ln \frac{r_c}{r_a}}$$

Fig. A 10

Fig. 6.7. Basic configuration of a multiwire proportional chamber. Each wire acts as an independent proportional counter. The signal on the firing wire is negative while the signals on the neighboring wires are small and positive bipolar

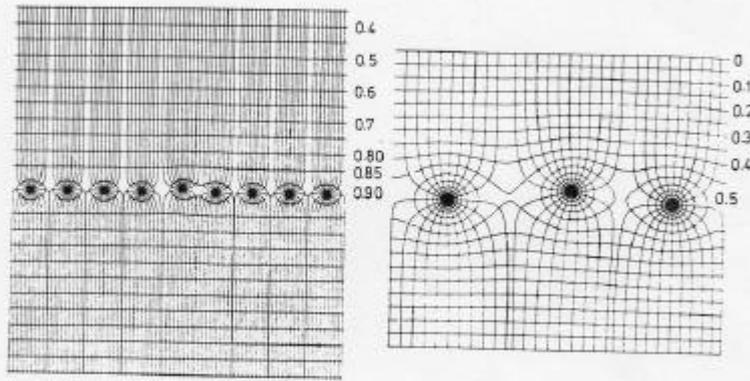
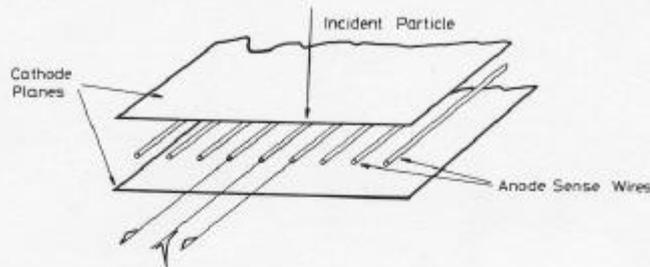
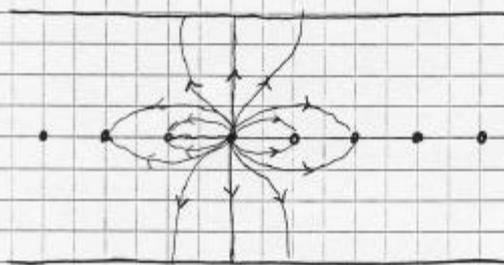


Fig. 6.8. Electric field lines and potentials in a multiwire proportional chamber. The effect of a slight wire displacement on the field lines is also shown (from Charpak et al. [6.16])

(10.2) weighting field



+1V sul filo centrale;  
gli altri fili e i catodi  
a massa

Entrambe le funzioni sono rappresentate in figura 9.3.  $t_0$  è dell'ordine di 1-2 nsec.

### ***13.10. Camera proporzionale multiwire, MWPC.***

Si tratta di un array di fili anodici disposti nel piano mediano fra due elettrodi piani (catodi). In figura 10.1 è mostrata una sezione del rivelatore e l'andamento delle linee del campo elettrico. Ogni filo è dotato di proprio amplificatore e si comporta come un rivelatore proporzionale indipendente. L'andamento del campo nei pressi di ogni filo è analogo a quello visto nello straw tube, e analogo è anche il processo di valanga e di formazione del segnale.

L'andamento del weighting field è mostrato in fig. 10.2. Lo studio qualitativo della corrente indotta su un filo si può fare in maniera analoga al rivelatore a microstrip in A7, ed è facile convincersi della polarità dei segnali indotti mostrata in fig. 10.1.

### ***13.11. Il rivelatore a piastre resistive, RPC.***

È costituito da due elettrodi piani di bakelite (materiale commercialmente usato come supporto per circuiti stampati) che racchiudono il volume attivo riempito di gas (tipicamente,  $0.9\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4 + 0.1\text{i-C}_4\text{H}_{10}$ ). Fig. 11.1.

Sulle due facce esterne delle lastre di bakelite è steso uno strato di grafite che fa da elettrodo per l'applicazione della tensione di polarizzazione.

Il segnale viene prelevato tramite delle strip di alluminio, disposte come in figura vicinissime all'elettrodo, in conseguenza di un processo di induzione che viene descritto più avanti. Ogni strip è dotata di preamplificatore. Nelle dimensioni in cui questo rivelatore viene comunemente usato (alcuni  $\text{m}^2$ ), la lunghezza delle strip, raffrontata al tempo di salita del segnale indotto (dell'ordine di 1-2 nsec), è tale da doverle modellare come una linea di ritardo: l'impedenza caratteristica, che dipende dalla geometria, varia da 15 a 40 ohm nei rivelatori di uso corrente.

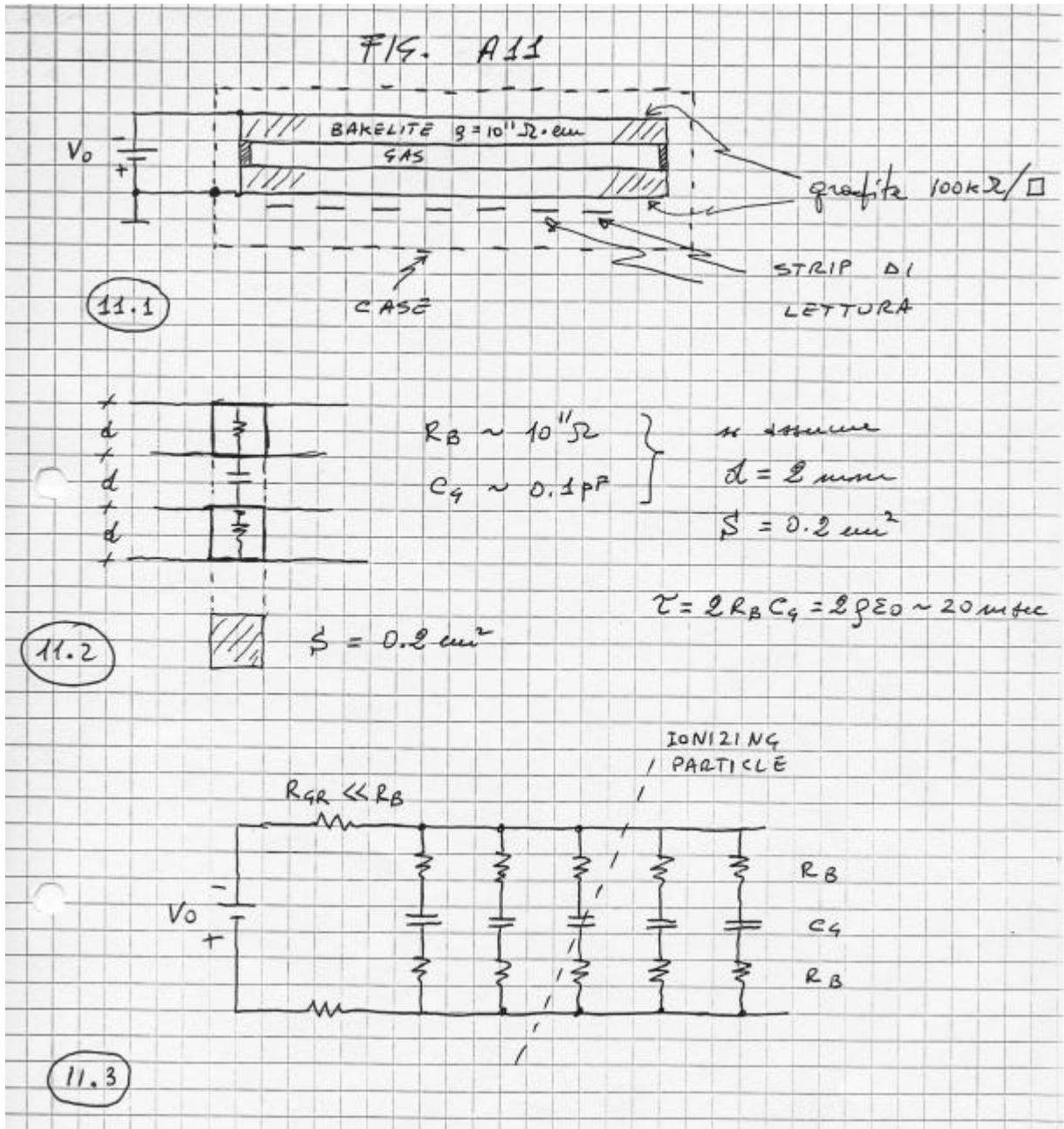
Caratteristiche tipiche:

- spessore della bakelite: 2 mm
- spessore della gap: 2 mm

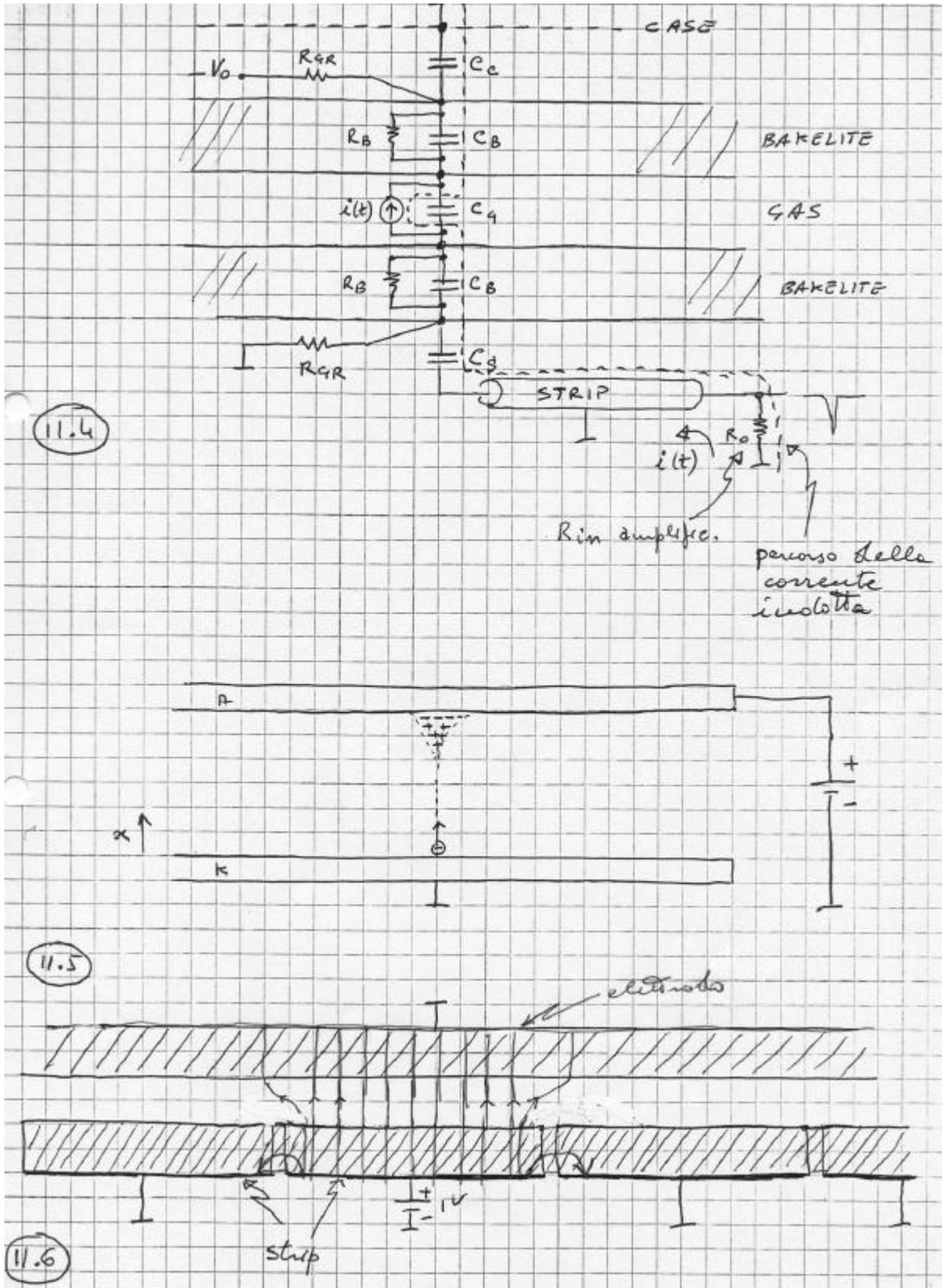
-13.24-

- resistività della bakelite:  $\rho \sim 10^{11}$  ohm.cm
- costante dielettrica relativa della bakelite:  $\epsilon_r=5$
- resistenza della grafite:  $\sim 10^5$  ohm/quadrato
- area del rivelatore: anche vari  $m^2$
- campo elettrico:  $\sim 45$  kV/cm

Nelle applicazioni più diffuse di questo rivelatore, il campo è tale che gli elettroni della ionizzazione primaria innescano moltiplicazione proporzionale a valanga (funzionamento in regime di avalanche).



Per capire il principio di funzionamento, e l'interesse di questo rivelatore, immaginiamolo segmentato a scacchiera, in parallelepipedi di base  $S$ : un elemento è mostrato in figura 11.2



Nella figura 11.3 è mostrato il modello elettrico (semplificato) del rivelatore segmentato. Dato il grande valore di  $R_B$ , le capacità locali  $C_G$  sono sostanzialmente isolate. Pertanto, quando una radia-

zione ionizzante attraversa il rivelatore, come indicato, la capacità locale interessata, e solo essa, viene scaricata dalla corrente della valanga (inducendo un segnale esterno di cui si parla fra poco). L'energia immagazzinata nelle altre capacità dell'array resta sostanzialmente inalterata, cosicché questo rivelatore è potenzialmente capace di rivelare un gran numero di particelle che lo attraversino contemporaneamente (in punti diversi). Si noti che la capacità locale  $C_G$  ha una costante di tempo  $\tau=2\rho\epsilon_0 \sim 20$  msec ( $\epsilon_0$ , costante dielettrica assoluta del vuoto, 8.85 pF/m): questa determina il suo tempo morto.

In figura 11.4 è mostrato un modello elettrico più realistico, ove sono state introdotte la capacità locale della bakelite,  $C_B$ , e la capacità di accoppiamento dei piani di grafite verso il contenitore esterno (messo a terra) e verso la strip di lettura del segnale indotto. Queste capacità rendono conto del percorso del segnale di corrente indotta, come mostrato dalla curva tratteggiata (percorso di minima impedenza). Si osservi anche l'importanza della resistenza del piano di grafite,  $R_{GR}$ : essa deve essere sufficientemente alta da impedire che la corrente del segnale si perda verso massa, anziché entrare nella strip e quindi nel preamplificatore (si dice che l'elettrodo è 'trasparente' al segnale).

Se consideriamo la valanga provocata da un cluster primario  $q_0$  di elettroni che si trovi in  $x=0$ , Fig. 11.5, si può dimostrare che la carica di tale valanga vale

$$q(x) = q_0 e^{\alpha x}$$

essendo  $\alpha$  un coefficiente [di Townsend] dipendente dal gas e dal campo elettrico.

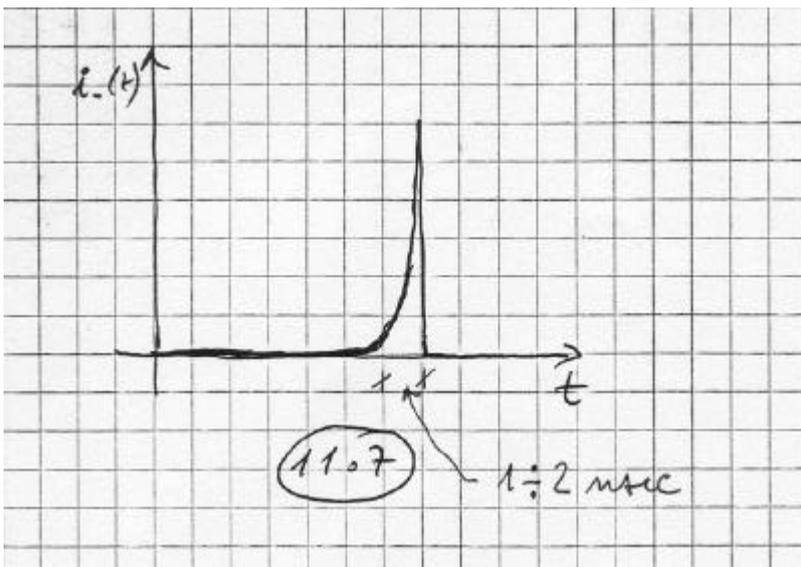
Per calcolare il segnale indotto su una strip, osserviamo intanto che le linee del campo elettrico sono ortogonali ai due piani, e tale è la direzione della velocità di deriva; per una trattazione più precisa si veda [Marangelli]. La Fig. 11.6 mostra le linee del weighting field  $E_w$ , in un disegno in scala riferito a strip larghe 1 cm, con spessore di gap e bakelite di 2 mm. Come si vede, su gran parte della superficie della strip le linee di  $E_w$  sono ortogonali agli elettrodi, e quindi parallele a  $v$ . In questa regione è anche  $E_w = 1/3d$ . Per semplicità, consideriamo una particella che attraversa il rivelatore al centro della strip. La carica degli elettroni della valanga è sostanzialmente disposta su un piano che avanza parallelo agli elettrodi, man mano che la valanga si sviluppa, come mostrato in Fig. 11.5. Ai fini dell'in-

duzione, tale carica si comporta come puntiforme. Col teorema di Ramo si ha allora la corrente indotta

$$i_-(t) = q_o \frac{v_-}{3d} e^{av_-t}$$

mostrata in Fig. 11.7.  $v_-$  è la velocità di drift degli elettroni ( $\sim 135 \mu/nsec$ , in miscele gassose a base di freon),  $d$  è lo spessore della gap e della bakelite. Con gap da 2 mm, il tempo di drift è dell'ordine di 15 nsec. Gli ioni della valanga, la cui carica è in totale  $q_0 e^{ad}$ , sono praticamente fermi durante lo sviluppo del segnale degli elettroni. Assumendo in prima approssimazione che essi siano tutti clusterizzati a ridosso del catodo, la corrente (costante) che essi indurranno sarà

$$i_+(t) = q_o e^{ad} \frac{v_+}{3d} = \frac{1}{3} \frac{q_o e^{ad}}{t_{d+}}$$



essendo  $t_{d+}$  il tempo di drift della carica nella gap (vari microsecondi). La carica che essi inducono all'esterno durante la raccolta del segnale degli elettroni è del tutto trascurabile.

Infine, se si considera la collana di clusters lungo la traccia di una particella (tipicamente, 5

clusters/mm), ognuno di essi induce un segnale come sopra illustrato ed il segnale totale osservato è la sovrapposizione dei singoli contributi. Tuttavia, a causa della dipendenza esponenziale della carica della valanga, il segnale è in gran parte determinato dal cluster più lontano dall'anodo.

Bibliografia.